数　　学

（問題は次ページから始まります）

第 1 問　次の問いに答えなさい。

(1)　式 $2x^2 - 5x + 2$ を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,x - \boxed{\text{イ}}\right)\left(x - \boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。

(2)　$U = \{\, n \mid n$ は整数で $1 \leqq n \leqq 100 \,\}$ とする。全体集合を U とし，その部分集合 A，B を

$A = \{\, n \mid n \in U$ かつ，n は 3 の倍数 $\}$，

$B = \{\, n \mid n \in U$ かつ，n は 5 の倍数 $\}$

と定める。このとき，集合 $A \cup \overline{B}$ に含まれる要素の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ である。

(3)　a を実数の定数とする。不等式

$$ax + 4 \geqq \frac{1}{3}(x - 1)$$

の解が $x \leqq \dfrac{1}{2}$ となるような a の値は，$a = \dfrac{\boxed{\text{カキク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(4)　$\dfrac{14}{111}$ を循環小数で表したとき，小数第 50 位の数は $\boxed{\text{コ}}$ である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次ページに続きます。

第 2 問　a を実数の定数とする。関数 $f(x) = 2x^2 - 2ax + 3$ の $0 \leqq x \leqq 4$ における最大値を M，最小値を m とする。次の問いに答えなさい。

(1)　座標平面上で放物線 $y = f(x)$ の軸の方程式は，$x = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a$ である。

また，放物線 $y = f(x)$ が x 軸と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}},\quad \sqrt{\boxed{\text{オ}}} < a$$

である。

(2)　$a = 3$ とする。

(i)　$m = \dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$，$M = \boxed{\text{ケコ}}$ である。

(ii)　座標平面上で，放物線 $y = f(x)$ を x 軸方向に -1，y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線の方程式は

$$y = \boxed{\text{サ}}x^2 - \boxed{\text{シ}}x + \boxed{\text{ス}}$$

である。

(3)　$0 < a \leqq 4$ のとき，$M = \boxed{\text{セソ}}a + \boxed{\text{タチ}}$ である。

また，$0 < a < 8$ のとき，$M - m = 12$ を満たすような a の値は

$$a = \boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}},\quad \boxed{\text{ト}} - \boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次ページに続きます。

第３問　袋の中に同じ大きさの白球１個, 黒球１個, 赤球４個の計６個の球が入っている。初めに袋の中から１個の球を取り出し，以降は次の規則に従い，袋に球を戻さずに続けて袋から球を取り出す。

・取り出した球が赤球のみなら直後は１個の球を取り出し，白球なら直後は同時に２個の球を取り出す。

・取り出した球に黒球が含まれるか，袋の中の球の個数が１個以下になったとき操作を終了する。

操作を終了するまでに球を取り出した回数を X とする。例えば，１回目に赤球，２回目に白球，３回目に赤球と黒球を取り出したとき，操作は終了となり，$X=3$ である。次の問いに答えなさい。

(1)　１回目に球を取り出したとき，その球が白球である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

１回目と２回目に取り出した球が，ともに赤球である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2)　$X=2$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

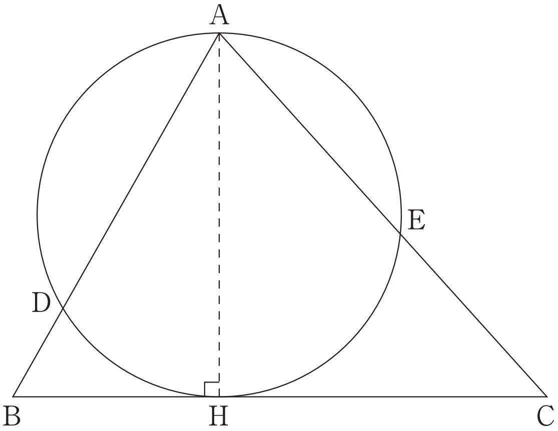
$X=3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(3)　$X \leqq 3$ であったとき，操作終了までに白球が取り出されている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次ページに続きます。

第４問　三角形 ABC は，AB = $\sqrt{2}$，AC = $\sqrt{3}$，$\cos\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{1}{\sqrt{6}}$ を満たす。また，頂点 A から辺 BC に垂線 AH を下ろし，線分 AH を直径とする円 O を考える。円 O と辺 AB，辺 AC の交点をそれぞれ D，E とする。次の問いに答えなさい。



(1)　BC = $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ であり，三角形 ABC の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2)　AH = $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$，BD = $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

また，$\dfrac{\mathrm{EC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(3)　線分 AH と線分 DE の交点を F とすると

$$\frac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FH}} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次ページに続きます。

第５問　３個の正の整数a，b，cからなるデータがある。このデータの平均値は８であり，分散は６である。次の問いに答えなさい。

(1)　$a+b+c=$ $\boxed{\text{アイ}}$，$a^2+b^2+c^2=$ $\boxed{\text{ウエオ}}$ である。

(2)　$b=8$，$a<c$ とする。このとき，$a=$ $\boxed{\text{カ}}$，$c=$ $\boxed{\text{キク}}$ である。

(3)　a，b，cからなるデータに２つの正の整数d，e（$d \leqq e$）を加えて，５個の正の整数からなるデータを考える。このデータの平均値は８，分散は４であった。

このとき，$d=$ $\boxed{\text{ケ}}$，$e=$ $\boxed{\text{コ}}$ である。

数学の問題はここまでです。